PROBABILITES BAC A_1 et B

M HOUNKONNOU

EXERCICE 1 (BAC A_1 90)

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

Le programme d'une épreuve d'examen comporte 20 sujets.
Trois d'entre eux, tirés au sort, sont proposés à chaque candidat.
Un candidat n'ayant étudié que 15 des sujets subit l'épreuve.
Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait étudié :

a) Les trois sujets proposés ?
b) Aucun des trois ?
c) Au moins l'un des trois ?

EXERCICE 2. (BAC A_1 91)

Au cours d'une kermesse, on organise une loterie de 100 billets :
5 d'entre eux gagnent 10.000 F et 15 d'entre eux gagnent 5.000 F.

1°) Une personne achète **un billet**.
Calculer la probabilité des évènements suivants :
A : « elle gagne 5.000 F »
B : « elle gagne 10.000 F »
C : « elle ne gagne rien »

2°) Une autre personne achète **deux billets**. Quelle probabilité a-t-elle de gagner au moins 10.000 F ?

EXERCICE 3 (BAC A_1 92)

Sylvie dispose sur une table à la maison de 9 livres appartenant à trois matières soit 2 livres de mathématiques, 3 livres de français et 4 livres de philosophie. Elle demande à sa nièce Olga de lui ramener 3 livres au hasard parmi ces 9 livres. On suppose que chacun des neufs livres à la même probabilité d'être ramené par Olga.
Sylvie reçoit ainsi un lot de trois livres.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : « Le lot comporte exactement un livre de mathématiques»
B : « Le lot comporte au moins un livre de mathématiques »
C : « Le lot comporte au plus un livre de mathématiques ».
D : « Le lot comporte exactement un livre de chaque matière. »
E : « Le lot comporte trois livres d'une même matière. »

Pour chacun des résultats, donner son expression sous forme de fraction irréductible et sa valeur approchée à 10^{-3} près.

EXERCICE 4 (BAC A_1 93)

Deux dés cubiques non pipés portent sur leurs faces : un 1, deux 2 et trois 3. On lance ces deux dés et on s'intéresse au produit des faces supérieures.

1°) a) Montrer que : l'ensemble des résultats possibles est:
1, 2, 3, 4, 6 et 9.

b) Compléter le tableau suivant avec les valeurs prises par le résultat du produit des 2 faces.

X	1	2	2	3	3	3
1						
2						
2						
3						
3						
3						

2°) a) Montrer que la probabilité pour que le résultat du produit soit pair est 5/9.

b) On lance cinq fois de suite les deux dés, calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois un résultat pair sur les cinq lancers.
(On donnera le résultat sous forme décimale à 10^{-3} près).

3°) On appelle X la variable aléatoire égale au produit des deux faces.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
(***On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles***).

b) Montrer que $P(X \le 4) = 5/12$.

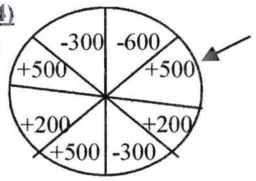
4°) On propose le jeu suivant : on mise 600 F : si le résultat du produit des faces est inférieur ou égal à 4 on perd sa mise, si le résultat est 6 on reçoit 1 200 F, enfin si le résultat est 9 on reçoit 800 F.

a) Montrer que le « gain » prend les valeurs : - 600 ; + 200 ou + 600.

b) Calculer l'espérance mathématique de gain.
Le jeu est-il équitable ?

EXERCICE 5 (BAC A_1 94)

Une partie de loterie consiste à faire tourner une roue parfaitement équilibrée et divisée en 8 secteurs d'égale mesure.
Lorsque la roue s'arrête, une flèche indique l'un des secteurs (*voir dessin ci-contre*).
On lit le nombre de points gagnés ou perdus inscrits dans ce secteur.



1°) Un joueur joue deux fois de suite ; calculer la probabilité qu'il perde 600 points.

2°) On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeurs les entiers relatifs inscrits sur la roue.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Calculer $P(X < 0)$. Quelle est la probabilité de gagner ?
c) Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de la variable aléatoire X.
d) Représenter la fonction de répartition de X
(*On prendra 8 cm pour unité sur l'axe vertical*).

EXERCICE 6 (BAC A_1 95)

On dispose de trois urnes A, B et C contenant respectivement :
A : une boule rouge, une boule bleue et une boule verte.
B: une boule bleue et une boule rouge.
C : une boule rouge et une boule verte

On suppose que dans chaque urne les tirages sont équiprobables. Une épreuve consiste à tirer une boule de l'urne A, puis une deuxième boule de l'urne B et une troisième boule de l'urne C et à observer chaque fois la couleur de la boule tirée.

1°) Quels sont les différents cas possibles qui peuvent se présenter ?
(*On pourra se servir d'un arbre*).

2°) a) Quelle est la probabilité de tirer une boule verte et une seule ?
b) Quelle est la probabilité de tirer exactement deux boules vertes ?

3°) On décide de jouer au jeu suivant :
- Si on tire une boule verte ou deux boules vertes, on gagne **10** points;
- Si aucune boule verte n'est tirée, on a **z** points.

Comment choisir z pour que le jeu soit équitable c'est-à-dire pour que l'espérance mathématique soit nulle ?

EXERCICE 7 (BAC A_1 96)

Un chauffeur de taxi de Libreville constate qu'à un certain carrefour, la probabilité de trouver un client est de 60%. Lorsqu'il y a un client, les seules possibilités de vœux du client sont :
Un trajet simple de 100 F ;
Une demi course à 500 F ;
Une course à 1 000 F.

On suppose que ces trois éventualités sont équiprobables.

1°) Calculer la probabilité de n'avoir aucun client à ce carrefour pour le chauffeur de taxi.

2°) Lorsque le chauffeur de taxi cherche un client à ce carrefour, on désigne par la variable aléatoire X le nombre de francs qu'il peut gagner. (S'il n'a pas de client, X = 0).
Donner la loi de probabilité de X

3°) Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 8 (BAC A_1 97)

On sélectionne les candidats à un jeu radiophonique en les faisant répondre à 10 questions. Ils devront choisir pour chacune des questions Parmi trois affirmations, celles qui est exacte. Sont retenues *les personnes qui donnent au moins 7 réponses exactes sur 10.*

Se présente un candidat qui répond à toutes les questions au hasard :

1°) Pour chaque question, quelle probabilité **p** a-t-il de donner la bonne réponse ?

2°) Donner la formule qui permet de calculer la probabilité $\mathbf{p_k}$ qu'a ce candidat de trouver exactement **k** bonnes réponses à ces 10 questions.

3°) Calculer la probabilité qu'il a de donner :

a) uniquement des réponses fausses.

b) uniquement des réponses exactes.

c) au moins une réponse exacte.

4°) Calculer la probabilité qu'a un tel candidat de fournir **au moins 7** bonnes réponses aux 10 questions et d'être ainsi sélectionné.

On donnera une valeur approchée a 10^{-2} près par excès de ce résultat.

EXERCICE 9 (BAC A_1 98)

On considère un dé rouge et un dé vert cubiques non pipés.

Le dé rouge comporte deux faces numérotées **–1** ; deux faces numérotées **0** et deux faces numérotées **1**. Le dé vert comporte une face numérotée **0** ; trois faces numérotées **1** et deux faces numérotées **–2.**

Un enfant se soumet au jeu suivant : il jette une fois simultanément les deux dés et il fait le produit des chiffres obtenus sur la face supérieure de chacun des deux dés. Si le produit est un nombre positif, l'enfant gagne 20 F ; si le produit est négatif, l'enfant perd 5F et si le produit est nul, l'enfant gagne 15 F.

1°) Faire un tableau de tous les résultats possibles.

2°) Soit X la variable aléatoire définissant le gain algébrique de l'enfant

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X.

c) Définir la fonction de répartition de X.

EXERCICE 10 (BAC A_1 99)

1°) une trousse contient 5 bics bleus, 3 bics noirs, 2 bics rouges.

On extrait simultanément et au hasard 3 bics de la trousse.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : les bics sont de couleurs différentes ;

B : au moins 2 bics sont noirs ;

C : au plus un bic est rouge.

2°) On extrait maintenant un bic, on note sa couleur et on le remet dans la trousse. On répète l'opération trois fois de suite.

Soit X la variable aléatoire qui associe le nombre de **bics noirs** obtenus à la fin de l'expérience.

a) Donner les valeurs possibles de X.

b) Quelle est la loi de probabilité de X ?

EXERCICE 11 (BAC A_1 2000)

On considère deux urnes U et V telles que :

- U contient 6 boules numérotées de 1 à 6 ;
- V contient 5 boules portant le n° 1 et une boule portant le n° 2.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1°) On tire au hasard une boule. Quelle est la probabilité :

a) $\mathbf{p_1}$ de tirer une boule portant le numéro 1 si le tirage est effectué dans l'urne U ?

b) $\mathbf{p_2}$ de tirer une boule portant le numéro 1 si le tirage est effectué dans l'urne V ?

2°) On tire au hasard une boule dans chaque urne. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des numéros obtenus.

a) Quelles sont les valeurs possibles de X ?

(On pourra au besoin utiliser un tableau à double entrée)

b) Donner la loi de probabilité de X.

c) Quelle est la probabilité $\mathbf{p_3}$ pour que X soit pair ?

EXERCICE 12 (BAC A_1 2001)

Dans cet exercice toutes les probabilités seront données sous forme de fraction irréductible.

A l'infirmerie d'un village, on utilise l'examen de la goutte épaisse pour la recherche du paludisme. La probabilité pour une personne quelconque d'avoir un examen positif est de $\frac{3}{5}$.

1°) Quelle est la probabilité d'avoir un examen négatif ?

2°) Si l'examen est positif, l'infirmier propose trois sortes de médicaments : médicament A, médicament B ou médicament C.

On considère les évènements suivants :

A : « le patient choisit le médicament A » de probabilité p_1 ;

B : « le patient choisit le médicament B » de probabilité p_2 ;

C : « le patient choisit le médicament C » de probabilité p_3 ;

a) Sachant que la probabilité de l'événement A est $p_1=\frac{1}{2}$ et que $3p_3=2p_2$, déterminer p_2 et p_3.

b) Le médicament A coûte 1 000 F, le médicament B coûte 3 000 F et le médicament C coûte 5 000 F.

On désigne par X la variable aléatoire égale au prix du médicament choisi. Si le test est négatif, X= 0.

Donner la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique et en donner une interprétation.

3°) Une famille de 4 personnes passe cet examen.

a) Calculer la probabilité pour que toutes ces 4 personnes aient un test négatif.

b) Calculer la probabilité d'avoir exactement deux tests positifs sur les quatre.

EXERCICE 13 (BAC A_1 2002)

Une urne contient 5 jetons dont 2 blancs et 3 noirs tous indiscernables au toucher.

1°) On tire simultanément et au hasard 2 jetons de l'urne.

(On suppose tous les tirages équiprobables)

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « obtenir 2 jetons blancs » ;

B : « obtenir 2 jetons de couleurs différentes » ;

C : « obtenir 2 jetons de même couleur ».

2°) On répète trois fois de suite cette expérience en remettant chaque fois les deux jetons tirés dans l'urne.

a) Quelle est la probabilité P_0 de n'obtenir aucune fois simultanément deux jetons blancs à l'issue des trois tirages ?

b) Calculer les probabilités suivantes :

P_1 : probabilité d'obtenir exactement **une** fois simultanément deux jetons blancs à l'issue des trois tirages ;

P_2 : probabilité d'obtenir exactement **deux** fois simultanément deux jetons blancs à l'issue des trois tirages ;

P_3 : probabilité d'obtenir exactement **trois** fois simultanément deux jetons blancs à l'issue des trois tirages.

3°) Pendant la fête de la jeunesse, un lycée organise le jeu suivant : une partie consiste pour le joueur à miser 500 F et à procéder à l'expérience décrite au 2°).

- si le joueur n'obtient aucune fois simultanément deux jetons blancs, il perd sa mise ;
- s'il obtient exactement **une** fois deux jetons blancs, il reçoit 500 F;
- s'il obtient exactement **2** fois deux jetons blancs, il reçoit 1 000 F;
- s'il obtient exactement **3** fois deux jetons blancs, il reçoit 2 500 F.

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue d'une partie.

a) Déterminer les valeurs prises par X.

b) Quelle est la loi de probabilité de X ?

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

d) Le jeu est-il favorable au joueur ? Justifier la réponse.

EXERCICE 14 (BAC A_1 2003)

Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5 ; on suppose que le tirage de chacune des 5 boules est équiprobable.
Une personne tire une boule au hasard, note son numéro et la remet dans l'urne ; puis elle tire une seconde boule et note son numéro.
On appelle X la variable aléatoire définie de la manière suivante :
- Si les deux numéros sont identiques, X prend leur valeur commune ;
- Si les deux numéros sont différents, X prend la valeur du plus petit des deux numéros.

1°) a) Préciser l'univers associé à cette expérience aléatoire.
b) Quelles sont les différentes valeurs prises par X ?
c) Définir la loi de probabilité de X. (*On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles*)
d) Calculer l'espérance mathématique de X.
e) Calculer la probabilité de l'événement : « $X \geq 4$ ».
2°) On répète 6 fois de suite ce jeu dans les mêmes conditions.
(Les résultats seront donnés avec 3 chiffres après la virgule).
a) Calculer la probabilité pour que l'événement : « $X \geq 4$ » soit réalisé exactement 3 fois.
b) Calculer la probabilité pour que l'événement : « $X \geq 4$ » soit réalisé au moins une fois.

EXERCICE 15 (BAC A_1 2° Session 2004)

Dans une société forestière où le personnel est constitué de cadres, d'employés et d'ouvriers, 70% des salariés sont des hommes.
15% des hommes sont des cadres et 60% sont des ouvriers.
Parmi les femmes, 10% sont des cadres et 60% sont de ouvrières.
L'expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un salarié de la société. On considère les événements suivants :
C : « le salarié est un cadre » ;
E : « le salarié est un employé » ;
O : « le salarié est un ouvrier » ;
H : « le salarié est un homme » ;
F : « le salarié est une femme ».
1°) Représenter la situation décrite par un arbre de probabilités.
2°) Calculer P (F), la probabilité pour que ce salarié soit une femme.
3°) a) Calculer la probabilité de E sachant que H est réalisé.
b) Calculer la probabilité conditionnelle de E sachant F.
c) Calculer $P(H \cap E)$ et $P(F \cap E)$. En déduire que $P(E) = 53/200$.
d) Les événements E et H sont-ils indépendants ? Justifier.
4°) Le salarié choisi est un employé. Quelle est la probabilité pour qu'il soit de sexe masculin ?

EXERCICE 16 (BAC A_1 2005)

Un sac contient onze jetons indiscernables au toucher et numérotés de 0 à 10.
1°) On tire au hasard un jeton du sac. Quelle est la probabilité pour que le jeton tiré porte un nombre :
a) pair ?
b) multiple de 4 ?
2°) On tire simultanément au hasard deux jetons et on considère les événements suivants :
A : « la somme des nombres inscrits sur les deux jetons est 12 ».
B : « le produit des nombres inscrits sur les deux jetons est 12 ».
a) Dresser pour chacun des événements A et B la liste des éventualités favorables à sa réalisation.
b) Calculer les probabilités des événements A et B.
3°) On enlève maintenant du sac tous les jetons portant des numéros pairs et on tire simultanément au hasard deux jetons parmi ceux qui restent. On considère alors la variable aléatoire réelle X qui, à chaque tirage associe la somme des nombres inscrits sur les deux jetons.
a) Préciser l'ensemble des valeurs possibles de X.
b) Donner la loi de probabilité de X.
c) Calculer l'espérance mathématique E(X) puis l'écart type σ de X.

EXERCICE 17 (BAC A1 2006)

Un sac contient neuf jetons indiscernables au toucher sur lesquels sont inscrits les lettres du mot D I V I D E N D E, à raison d'une lettre par jeton.
1°) On tire au hasard du sac successivement et sans remise quatre jetons que l'on pose côte à côte sur une table, dans l'ordre du tirage.
a) Quelle est la probabilité P_1 d'obtenir le mot V I D E ?
b) Quelle est la probabilité P_2 d'obtenir le mot E D E N ?
2°) Cette fois, on tire simultanément et au hasard deux jetons parmi les neuf jetons du sac.
A chacune des lettres D, V et N, on attribue la valeur 2 ; à la lettre E, on attribue la valeur 1 et à la lettre I, la valeur 3.
a) Calculer la probabilité P_3 de tirer deux jetons portant la lettre E.
b) Calculer la probabilité P_4 de tirer deux jetons portant chacun une consonne.
c) Calculer la probabilité P_5 de tirer un jeton portant une consonne et un jeton portant la lettre I.
3°) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque résultat possible du tirage associe la somme de valeurs des lettres qui y sont inscrites.
a) Préciser l'ensemble des valeurs possibles de X.
b) Déterminer la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique E(X).

EXERCICE 18 (BAC A1 2007)

On considère trois urnes U_1 et U_2 et U_3 telles que :
- l'urne U_1 contient 2 jetons marqués CELTEL, 3 jetons marqués LIBERTIS et 5 jetons marqués MOOV ;
- l'urne U_2 contient 2 jetons marqués CELTEL, 1 jeton marqué LIBERTIS et 3 jetons marqués MOOV ;
- l'urne U_3 contient 1 jeton marqué CELTEL, 2 jetons marqués LIBERTIS.

On suppose que les trois urnes ont la même chance d'être choisies et tous les jetons sont indiscernables au toucher.
On choisit une urne au hasard et on y retire un jeton. On considère les événements suivants :
- A : « l'urne U_1 est choisie »
- B : « l'urne U_2 est choisie »
- C : « l'urne U_3 est choisie »
- D : « le jeton tiré est marqué LIBERTIS »

1°) Calculer : P(A), P(D / A) puis $P(D \cap A)$.
2°) a) Calculer : P(B), P(D / B) puis $P(D \cap B)$.
b) Calculer : P(C), P(D / C puis $P(D \cap C)$.
3°) En déduire P(D).
4°) On répète cette expérience 3 fois de suite de façon indépendante.
On appelle X la variable aléatoire qui indique le nombre de jetons LIBERTIS tirés.
a) Donner les valeurs possibles de X.
b) Donner la loi de probabilité de X.
c) Calculer l'espérance mathématique de X.
d) Calculer la probabilité de l'événement ($X \geq 1$).

EXERCICE 19 (BAC A1 2010)

On dispose d'un dé parfaitement équilibré dont les six faces sont numérotées de 1 à 6 et de deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U_1 contient 4 boules blanches et 2 boules noires et l'urne U_2 contient 2 boules blanches et 5 boules noires.
On lance le dé, si la face supérieure porte le numéro 1 ou le numéro 2 alors on tire au hasard une boule dans l'urne U_1 ; sinon on tire une boule dans l'urne U_2 ;
Les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.
Soit A l'événement : « la boule tirée est blanche »
et B l'événement : « le numéro de la face supérieure du dé est 1 ou 2 »
1°) Calculer les probabilités suivantes : P(B), P(A/ B), $P(A / \overline{B})$ et construire un arbre pondéré.
2°) Soit C l'événement : « le numéro de la face supérieure du dé est 1 ou 2 et la boule tirée est blanche »
et D l'événement : « la boule tirée est blanche et le numéro de la face supérieure est différent 1 et 2 ».

Calculer P(C), P(D) et en déduire que : $P(A) = \dfrac{26}{63}$.

3°) Sachant que la boule tirée est blanche. Calculer la probabilité que le numéro de la face supérieure du dé soit différent de 1 et 2.
4°) On ne considère que l'urne U_1. On tire au hasard et simultanément 2 boules.
Soit F l'événement « les boules tirées ont la même couleur »
Calculer P(F).

EXERCICE 20 (BAC B 1988)

Dans une urne sont placés quatre jetons portant les numéros suivants :

$-2 \; ; -1 \; ; \; 1 \; ; \; 2$.

Une épreuve consiste à tirer successivement et sans remise deux jetons de l'urne. On considère l'équation $ax^2 + b = 0$ **(1)** où a est le numéro du premier jeton tiré et b le numéro du deuxième jeton tiré.

1°) Calculer les probabilités pour que :

a) l'équation **(1)** admette deux racines réelles distinctes ;

b) l'équation **(1)** n'admette pas de racine réelle .

2°) Quelle est la probabilité pour qu'à l'issue de cinq épreuves, l'équation **(1)** admette trois fois deux racines réelles distinctes ?

EXERCICE 21 (BAC B 90)

On estime qu'actuellement huit millions de personnes sont porteuses du virus du SIDA dans le monde.

1°) En considérant que la population mondiale s'élève à cinq milliards et demi, calculer la probabilité p pour qu'une personne soit effectivement porteuse du virus, cette personne était choisie au hasard dans le monde .

2°) Sur n personnes rencontrées, distinctes, quelle est la probabilité pour que parmi elles, k personnes soient porteuses du virus $(0 \leq k \leq n)$?

En particulier, quelle est la probabilité pour que toutes les personnes soient saines ?

En déduire la probabilité p(n) pour qu'il ait au moins une personne parmi elles porteuse du virus ?

3°) Calculer le nombre minimal n de personnes pour que : $p(n) \geq 0{,}999$.

EXERCICE 22 (BAC B 91)

A l'oral de mathématiques, un examinateur propose 30 questions :

6 sur les fonctions rationnelles, notées R ;

7 sur les fonctions logarithme et exponentielle, notées LE ;

7 sur les probabilités, notées P ;

5 sur les statistiques, notées S ;

5 sur le calcul intégral, notées I.

Le candidat connaît la moitié de son programme. Il choisit deux questions et les tire simultanément.

1°) Quelle est la probabilité de choisir une question R et une question S ?

2°) Quelle est la probabilité de tirer au moins une question sur les fonctions (rationnelle, logarithme, exponentielle) ?

3°) Quelle est la probabilité de tirer une question R et une question S et de les savoir ?

EXERCICE 23 (BAC B 92)

Une urne contient 11 jetons numérotés de 1 à 11. On en tire simultanément deux jetons dont on note les numéros. On suppose que tous les tirages possibles sont équiprobables.

1°) Quelles sont les probabilités des événements suivants :

A : « les deux nombres notés sont pairs » ;

B : « la somme des deux nombres notés est paire » ;

C : « le produit des deux nombres notés est au moins égal à 80 ».

2°) On effectue cinq tirages successifs avec remise. Quelle est la probabilité pour qu'à l'issue du cinquième tirage l'événement B se soit réalisé exactement deux fois.

(***Pour chacun des résultats, donner son expression sous forme de fraction irréductible puis sa valeur approchée à*** 10^{-3} ***près***).

EXERCICE 24 (BAC B 95)

Un automobiliste a une probabilité de 4 / 7 de se présenter devant un feu tricolore au moment où il est rouge, de 2 / 7 au moment où il est vert et 1 / 7 au moment où il est orange.

Le retard occasionné est alors de 30 secondes en cas de feu rouge, 50 secondes en cas de feu orange et nul en cas de feu vert.

1°) Calculer E(X) l'espérance mathématique de la variable aléatoire X liée au retard occasionné lors d'un passage à ce feu.

Donner le résultat sous forme de fraction.

2°) Un automobiliste passe deux fois à ce feu.

a) Quelle est la probabilité pour que le retard dû à ce feu soit supérieur ou égal à une minute ?

b) Soit Y la variable aléatoire associée au retard dû à deux passages à ce feu. Calculer E(Y), l'espérance mathématique de Y.

3°) Un automobiliste passe cinq fois à ce feu. A chaque fois que le feu est rouge ou orange, il s'arrête. S'il est vert, il passe sans s'arrêter.

Quelle est la probabilité pour qu'il y passe sans s'arrêter deux fois et deux seulement ? *Exprimer ce résultat sous forme de fraction puis en donner une valeur arrondie à* 10^{-1} *près.*

EXERCICE 25 (BAC B 96)

Tous les résultats doivent être donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un candidat se présente à l'oral devant un examinateur. Il trouve devant lui deux boîtes, l'une rouge, l'autre bleue. La boîte rouge contient 8 sujets de géographie et 4 sujets d'histoire, la boîte bleue contient 5 sujets de géographie et 3 sujets d'histoire.

1°) On s'intéresse à la boîte rouge. Le candidat extrait simultanément et au hasard 3 sujets de la boîte et on appelle X la variable égale au nombre de sujets d'histoire tirés.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique E(X) de X.

2°) Le candidat choisit l'une des deux boîtes (tirages équiprobables) et il extrait au hasard un sujet.

a) Calculer la probabilité :

α) pour que le sujet tiré soit un sujet de géographie et qu'il provienne de la boîte rouge ;

β) pour que le sujet tiré soit un sujet de géographie et qu'il provienne de la boîte bleue.

b) En déduire que la probabilité de tirer un sujet de géographie est 31/ 48.

c) Le candidat choisit un sujet de géographie, quelle est la probabilité qu'il provienne de la boîte rouge ?

EXERCICE 26 (BAC B 97)

Un sac contient 12 pièces de 100 F et de 50 F indiscernables au toucher. Les pièces datant de 1981 et de 1985 sont réparties suivant le diagramme ci-après :

	100 F	50 F
1981	4	3
1985	3	2

1°) On extrait une pièce de ce sac. Quelle est la probabilité :

a) que ce soit une pièce de 1981 ?

b) que ce soit une pièce de 50 F ?

c) que ce soit une pièce de 1985 sachant qu'elle est de 100 F ?

d) que ce soit une pièce de 100 F sachant qu'elle est de 1981 ?

2°) On extrait simultanément deux pièces du sac. On appelle S la variable aléatoire égale à la somme des deux pièces tirées du sac.

a) Déterminer la loi de S.

b) Calculer l'espérance mathématique de S et en donner une interprétation.

EXERCICE 27 (BAC B 98)

De nombreux candidats au baccalauréat série B se sont présentés à l'examen d'entrée en première année de l'Institut Nationale des Sciences de Gestion (I.N.S.G) : 60% de ces candidats ont réussi au baccalauréat.

Parmi ceux qui ont réussi au baccalauréat B, 55% ont réussi à l'examen de l'I.N.S.G. Parmi ceux qui n'ont pas réussi au baccalauréat B, 14% ont réussi à l'examen de l'I.N.S.G.

Soit E_1 l'événement « le candidat a réussi au baccalauréat B » ;

E_2 l'événement « le candidat a réussi à l'examen de l'I.N.S.G »

1°) On rencontre au hasard un candidat au baccalauréat B.

Quelle est la probabilité des événements suivants :

A « le candidat a réussi au baccalauréat B et à l'examen de l'I.N.S.G »

B « le candidat a réussi à l'examen de l'I.N.S.G ».

C « le candidat a réussi uniquement au baccalauréat B »

D « le candidat a réussi à un seul des deux examens »

E « le candidat a été ajourné aux deux examens ».

2°) On rencontre au hasard un candidat qui a réussi à l'examen de L'I.N.S.G. Quelle est la probabilité pour qu'il ait réussi au bac B ?

3°) On rencontre au hasard un candidat qui n'a pas réussi à l'examen de l'I.N.S.G. Quelle est la probabilité pour qu'il ait réussi au bac B ?

4°) L'I.N.S.G. a l'impérieux devoir de recruter uniquement tous les candidats qui ont réussi aux deux examens. Il annonce 321 recrutements en première année pour les admis de la série B.

Quel était le nombre de candidats au baccalauréat cette année ?

4°) L'I.N.S.G. a l'impérieux devoir de recruter uniquement tous les candidats qui ont réussi aux deux examens. Il annonce 321 recrutements en première année pour les admis de la série B.
Quel était le nombre de candidats au baccalauréat cette année ?

EXERCICE 28 (BAC B 99)

Le tableau ci-dessous est incomplet. Il indique les effectifs, selon les séries et la qualité, des élèves des classes terminales d'un établissement scolaire.

	INTERNE	DEMI-PENSIONNAIRE	EXTERNE	TOTAL
TA_1	8	14		45
TA_2	5		16	40
TB			18	
TC	12	12		
TD	18	10	11	
TOTAL		66	80	200

1°) Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.
2°) La terminale A_1 compte 16 garçons et la terminale C en compte 19
La terminale B compte 20 filles et la terminale D en compte 23.
La terminale A_2 ne compte que des filles.
a) On choisit au hasard un élève de terminale dans ce lycée.
Déterminer la probabilité des événements suivants :
A : « l'élève est externe » ;
B : « l'élève est une fille » ;
C : « l'élève est un garçon de la série B ».
b) L'élève choisi est externe.
Quelle est la probabilité pour qu'il soit une fille de la terminale C ?

EXERCICE 29 (BAC B 2000)

(Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles)
Le propriétaire d'une loterie met en vente des billets numérotés de 1 à 50. La règle du jeu est la suivante :
•Si le numéro du billet se termine par 0 ou 5, le client gagne 2.000 F ;
•Si le numéro du billet se termine par 3 ; 6 ou 9, le client gagne 1.000 F
•Dans les autres cas, le client ne gagne rien.
1°) le client choisit un seul billet.
On suppose que chaque billet a la même chance d'être tiré.
a) Quelle est la probabilité pour qu'il gagne 1.000 F ?
b) Quelle est la probabilité pour qu'il gagne 2.000 F ?
2°) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque billet tiré, associe le gain réalisé :
a) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
b) Définir la loi de probabilité de X.
c) Calculer l'espérance mathématique E(X) de X.
3°) Le propriétaire enlève 7 billets terminés par 0 ou 5.
Un client tire simultanément 2 billets parmi ceux restants :
a) Quelle est la probabilité pour qu'il gagne 4.000 F ?
b) Quelle est la probabilité pour qu'il ne gagne rien ?

EXERCICE 30 (BAC B 2001)

Un pisciculteur dispose de deux bassins $\mathbf{B_1}$ et $\mathbf{B_2}$.
$\mathbf{B_1}$ contient 7 silures et 3 carpes, $\mathbf{B_2}$ contient 5 silures et 2 carpes.
1°) On extrait simultanément et au hasard 3 poissons du bassin $\mathbf{B_1}$ et on appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de carpes obtenus.
a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
b) Calculer l'espérance mathématique de X.
c) En déduire la variance, puis l'écart type de X.
2°) On choisit maintenant un des deux bassins au hasard et on y extrait au hasard un poisson.
a) Calculer la probabilité :
- pour que ce soit un silure et qu'il provienne de $\mathbf{B_1}$;
- pour que ce soit un silure et qu'il provienne de $\mathbf{B_2}$.

b) En déduire que la probabilité d'extraire un silure est : 99 / 140.

EXERCICE 31 (BAC B 2002)

Un jury d'examen dispose d'un chapeau contenant seize textes de Senghor et six de Voltaire. Un candidat tire **successivement et sans remise** deux textes du chapeau.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.
1°) De combien de façons peut-il effectuer ce tirage ?
2°) On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de textes de Senghor obtenus.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Calculer l'espérance mathématique de X.
3°) Quelle est la probabilité que le candidat tire au moins un texte de Voltaire ?
4°) On considère les événements suivants :
- S : " le premier texte tiré est de Senghor "
- V : " le deuxième texte tiré est de Voltaire "

a) Calculer les probabilités suivantes : p(S), p(V) et p(V/ S).
b) Les événements S et V sont-ils indépendants ?

EXERCICE 32 (BAC B 2004)

Un panneau " STOP " a été mis à un carrefour très fréquenté et extrêmement dangereux. On a constaté que 25% des automobilistes ne respectent pas le panneau " STOP", que 92% des automobilistes respectant le " STOP " ne provoquent pas d'accident et que 24% des automobilistes ne respectant pas le " STOP " provoquent un accident à ce carrefour.
On choisit au hasard un des automobilistes arrivant à ce carrefour et on définit les événements suivants :
R : « l'automobiliste a respecté le panneau " STOP " »
A : « l'automobiliste a provoqué un accident à ce carrefour »
Pour tout événement V, on note $\overline{V}$ l'événement contraire de V.
1°) Préciser les probabilités : $p(\overline{A} / R)$ et $p(A / \overline{R})$.
2°) **a)** Déterminer la probabilité de chacun des événements :
E : « l'automobiliste n'a pas respecté le " STOP " et a provoqué un accident »
F: « l'automobiliste a respecté le " STOP " et a provoqué un accident »
b) Justifier que la probabilité de provoquer un accident est **p = 12%**.
3°) Un automobiliste a provoqué un accident à ce carrefour.
Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas respecté le panneau "STOP " ?
4°) Huit automobilistes arrivent successivement à ce carrefour. On nomme X la variable aléatoire égale au nombre d'automobilistes de cette série ayant, indépendamment les uns des autres, provoqué un accident à ce carrefour.
a) Déterminer la probabilité que deux au plus de ces automobilistes provoquent un accident à 10^{-2} près.
b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.
c) Calculer l'écart - type de X à 10^{-2} près.

EXERCICE 33 (BAC B 2005)

Au cours d'une caravane médicale pour la lutte contre le sida, on a estimé dans une région que 30% de la population sont séropositifs. Le Ministère de la Santé Publique décide alors de procéder à des tests obligatoires de dépistage sur tout individu de cette population, afin de prendre des mesures de traitement à grande échelle.
A l'issue du test, on a observé que 92% des populations soupçonnées d'être séronégatives ont un test négatif et que 4% des personnes soupçonnées d'être séropositives ont un test négatif. On note :
* S l'événement : « la personne est soupçonnée d'être séropositive » ;
* T l'événement : « le test est positif » ;
* $\overline{S}$ l'événement contraire de S ;
* P(T / S), la probabilité d'avoir un test positif lorsqu'on est soupçonné d'être séropositif.

1°) **a)** Préciser P(S), $P(\overline{T} / \overline{S})$, $P(\overline{T} / S)$.
b) Calculer $P(\overline{S})$, $P(T / \overline{S})$ et P(T / S).
2°) Déterminer la probabilité pour une personne
a) d'être séropositive et d'avoir un test positif ;
b) d'être séronégative et d'avoir un test positif ;
c) d'avoir un test positif.
3°) Une personne a subi un test et le résultat est positif.
Quelle est la probabilité qu'on l'ait préalablement soupçonnée d'être séronégative ?
On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

EXERCICE 34 (BAC B 2006)

Cet exercice comporte deux parties indépendantes l'une de l'autre.

Partie A

Une urne contient cinq boules jaunes portant les lettres G, A, B, O, N et sept boules vertes portant les lettres A, F, R, I, Q, U, E.
Toutes les boules sont indiscernables au toucher.
On tire successivement au hasard et sans remise deux boules de cette urne.
Déterminer la probabilité des événements suivants :

J : « les deux boules tirées sont jaunes »

F : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

Partie B

On considère le jeu suivant :
On tire simultanément deux boules de l'urne.
Lorsqu'on obtient deux voyelles de même couleur, on gagne 60F
Lorsqu'on obtient deux voyelles de couleurs différentes, on gagne 45F
Lorsqu'on obtient une voyelle, on gagne 30 F ;
Dans les autres cas, on ne gagne rien.
Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le gain correspondant.

1°) Quelles sont les valeurs prises par X ?

2°) Déterminer la loi de probabilité de X.

3°) Soit l'événement G : «gagner au terme de ce jeu ».
Montrer que p(G) = 17 / 22.

4°) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

EXERCICE 35 (BAC B 2007)

On dispose d'un dé parfaitement équilibré et dont les six faces sont numérotées de 1 à 6 et deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U_1 contient quatre boules blanches est deux boules noires.
L'urne U_2 contient deux boules blanches est cinq boules noires.
On lance au hasard le dé. Si la face supérieure porte le numéro 1 ou 2 alors on tire au hasard une boule dans l'urne U_1 ; sinon on en tire dans U_2.

Rappel : *Si E et F sont deux événements quelconques liés à une même expérience aléatoire donnée, P(E F) désigne la probabilité de F sachant E.*
Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Soit A l'événement : « La boule tirée est blanche » et
B l'événement : « Le numéro de la face supérieure du dé est 1 ou 2 ».

1°) Calculer les probabilités suivantes : P(B) ; P(A / B) et P(A / $\overline{B}$) et établir un arbre pondéré.

2°) Soit C l'événement : « le numéro de la face supérieure est 1 ou 2, et la boule tirée est blanche »
et D l'événement : « la boule tirée est blanche et le numéro de la face supérieure est différent de 1 et 2 »
Calculer P(C) ; P(D). En déduire que P(A) = 26 / 63.

3°) Sachant que la boule tirée est blanche, calculer la probabilité que le numéro de la face supérieure du dé soit différent de 1 et de 2.

4°) Maintenant on considère seulement l'urne U_1.
On en tire au hasard et simultanément deux boules.
Soit S l'événement : « les boules tirées ont la même couleur ».

a) Calculer P(S).

b) On répète ce tirage trois fois de suite en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne.
Calculer la probabilité de l'événement G :
« avoir une fois exactement deux boules de couleurs différentes ».

EXERCICE 36 (BAC B 2009)

Une urne contient 3 boules jaunes, 5 boules bleues et 4 boules vertes.
On tire simultanément 3 boules de l'urne.
Tous les tirages sont équiprobables.

1°) a) Déterminer le nombre de tirages possibles.

b) Quelle est la probabilité de tirer 3 boules de même couleur ?

c) Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule jaune ?

d) Quelle est la probabilité de ne pas tirer de boule jaune ?

2°) On désigne par X la variable aléatoire réelle égale au nombre de boules jaunes obtenues.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

3°) Calculer l'espérance mathématique E(X) et l'écart type σ_X.

BAC BLANC COMMUNAL POG

EXERCICE 37 (BAC BLANC COMMUNAL 2006 Série A1)

Une urne contient : 6 jetons noirs et 4 jetons blancs, indiscernables au toucher.
Un essai consiste à tirer simultanément et au hasard 3 jetons de l'urne.

1°) Quelle est la probabilité d'obtenir :

a) deus jetons blancs ?

b) des jetons de même couleur ?

2°) Lors d'un essai, un bon est remis à toute personne ayant obtenu au moins 2 jetons blancs. Après chaque essai, les jetons sont remis dans l'urne.
Une personne effectue un essai. On note X, la variable aléatoire réelle égale au nombre de jetons blancs obtenus.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer son espérance mathématique.

c) Quelle est la probabilité d'obtenir un bon ?

3°) Une partie comporte 4 essais consécutifs. Un lot est remis à toute personne ayant obtenu au moins 3 bons dans une partie. Quelle est la probabilité d'obtenir un lot au cours d'une partie ?

EXERCICE 38 (BAC BLANC COMMUNAL 2006 Série B)

Le foyer du Lycée propose deux sortes de sandwichs :
Des sandwichs à base de porc à 300F et des sandwichs à base de bœuf à 400F.
On a constaté que : 60% des élèves qui fréquentent le foyer achètent des sandwichs à base de porc et les autres des sandwichs à base de bœuf.
Parmi ceux qui prennent des sandwichs à base de porc, 30% ajoutent un jus de fruits qui coûtent 200F.
Parmi ceux qui prennent des sandwichs à base de boeuf, 80% ajoutent un jus de fruits qui coûtent 250F.
On choisit au hasard un élève à la sortie du foyer.

1°) a) Calculer la probabilité que cet élève ait pris un sandwichs à base de porc et un jus de fruits.

b) Calculer la probabilité que cet élève ait pris un sandwichs à base de boeuf et un jus de fruits.

c) En déduire que la probabilité que cet élève ait pris un jus de fruits est égale à 0,50.

2°) a) L'élève choisi a pris un jus de fruits. Quelle est la probabilité qu'il ait pris un sandwichs à base de bœuf ?

b) Quelle est la probabilité que l'élève ait pris un sandwichs à base de porc sachant qu'il n'ait pas pris un jus de fruits ?

3°) On désigne par X la variable égale à la dépense d'un élève au foyer

a) Donner la loi de probabilité de X.

b) Calculer son espérance mathématique.

4°) Un groupe de quatre d'élèves se présentent au foyer et chacun achète au hasard.
Calculer la probabilité que deux exactement prennent un sandwichs à base de porc et un jus de fruits.
