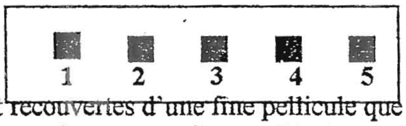
EXERCICE 1: (BAC 90)

Dans un porte-monnaie on trouve : **cinq** pièces de **100 F**, **trois** pièces de **50 F** et **deux** pièces de **25 F**.
On tire simultanément et au hasard trois pièces du porte-monnaie. On suppose tous les tirages équiprobables.
Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur la somme des nombres représentés par ces trois pièces.

1°- Quelles sont les valeurs possibles de X ?
2°- Déterminer la loi de probabilité de X.
3°- En déduire les sommes les plus probables.
4°- Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2: (BAC 91)

Un jeu consiste à acheter des grilles comportant chacune cinq cases numérotées **1 , 2 , 3 , 4 , 5 .**



Ces cases sont recouvertes d'une fine pellicule que l'on peut faire disparaître en la grattant. Cette pellicule cache le contenu des cases.
Deux et deux seulement de ces cases contiennent une **croix**.

1°- Dessiner les dix types de grilles que l'on peut obtenir.
On suppose dans la suite de l'exercice que chaque type de grille a la même probabilité d'être obtenu.

2°- Une épreuve consiste à gratter sur une grille, dans l'ordre : **1 , 2 , 3 , 4 , 5** autant de cases que nécessaire pour faire apparaître deux croix. On note X la variable aléatoire égale au nombre de cases qu'il est nécessaire de gratter pour faire apparaître deux croix.

a) Donner les valeurs prises par X.
b) Déterminer la loi de probabilité de X.

3°- On suppose que la probabilité de faire apparaître deux croix en grattant les deux premières cases est $\frac{1}{10}$.
Chaque grille est acheté **500 F** et rapporte :

- **5.000 F** aux joueurs qui obtiennent deux croix en grattant les deux premières cases ;
- **0 F** dans les autres cas.

Un joueur achète deux grilles. On note Y le gain ou la perte (gain négatif) de ce joueur. Y est une variable aléatoire.

a) Déterminer les valeurs prises par Y
b) Déterminer la loi de probabilité de Y.
c) Quelle est l'espérance mathématique de Y ?

EXERCICE 3 : (BAC 92)

Une roue de loterie est composée de **12** secteurs identiques :
1 secteur est peint en **rouge**, **4** secteurs sont peints en **jaune** et **7** secteurs sont peints en **vert**.
Pour participer à la loterie un joueur doit payer **200 F**.
On fait tourner la roue devant un repère fixe. Chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter devant ce repère :

- Si le secteur repéré est rouge le joueur reçoit **500 F** ;
- Si le secteur repéré est jaune le joueur reçoit **200 F** ;
- Si le secteur repéré est vert on relance la roue, et ;
  - Si le secteur repéré est rouge le joueur reçoit **300 F** ;
  - si le secteur repéré est jaune le joueur reçoit **200 F** ;
  - si le secteur repéré est vert le joueur ne reçoit rien.

1°- Soit X la variable aléatoire égale au gain **réel** (***positif ou négatif***) du joueur.

a) Déterminer les valeurs prises par X
b) Déterminer la loi de probabilité.
c) Calculer E(X). Interpréter le résultat obtenu.

2°- **a)** Quelle est la probabilité d'avoir un gain strictement positif à l'issue d'une partie ?
b) MAKAYA joue cinq fois de suite. Quelle est la probabilité pour qu'il ait au moins un gain strictement positif à l'issue des cinq parties.

EXERCICE 4 : (BAC 93)

On considère un dé cubique pipé tel que les probabilités d'apparition des faces **1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6** forment, dans cet ordre une progression arithmétique de raison r.

La probabilité d'obtenir la face 1 est $\frac{1}{3}$.

1°-a) Etablir que $r = -\frac{1}{15}$.
b) En déduire la probabilité d'apparition de chacune des faces.
c) X est la variable aléatoire qui a pour valeur le nombre obtenu sur la surface supérieure du dé. Calculer E(X).

2°- L'épreuve consiste à jeter le dé une fois. A est l'événement $\{1, 2, 4\}$: « la face supérieure porte l'un des numéros **1 , 2 ou 4** ».
Montrer que la probabilité de A est $\frac{11}{15}$.

3°- On lance le dé trois fois de suite. Les résultats obtenus aux différents jets sont indépendants les uns des autres.

a) L'événement A étant celui défini précédemment, quelle est la probabilité pour que A se réalise au moins une fois au cours des trois jets ?
b) A chaque jet on note, dans l'ordre d'apparition, le nombre obtenu sur la face supérieure.
Quelle est la probabilité d'obtenir le triplet **(4 , 2 , 1)** ?
Quelle est la probabilité d'obtenir des triplets dont la somme des nombres est 7 ?

EXERCICE 5 : (BAC 94)

On dispose de trois urnes U , V , W.
L'urne U contient **4** boules, indiscernables au toucher :
1 rouge, **2** jaunes, **1** verte.
L'urne V contient **6** boules, indiscernables au toucher :
3 rouges, **1** jaune, **2** vertes.
l'urne W contient **3** boules, indiscernables au toucher :
2 blanches et **1** noire.

1°) a) On tire **2** boules, simultanément, dans l'urne U.
Calculer la probabilité que les **2** boules tirées soient de même couleur.
b) On tire **2** boules, simultanément, dans l'urne V.
Calculer la probabilité que les **2** boules tirées soient de même couleur.
c) On tire **1** boule dans l'urne W.
Calculer la probabilité de tirer **1** boule noire.

2°-Un jeu est organisé. La mise d'un joueur pour une partie est de **100 F**
Le joueur tire une boule de l'urne W :

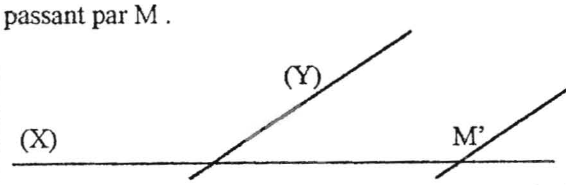
- si la boule tirée est noire, le joueur tire, simultanément, **2** boules de l'urne U ; il gagne **350 F** si les **2** boules tirées dans U sont de même couleur, sinon il ne gagne rien.
- si la boule tirée est blanche, le joueur tire, simultanément, **2** boules de l'urne V ; il gagne **200 F** si les **2** boules tirées dans V sont de même couleur, sinon il ne gagne rien.

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur

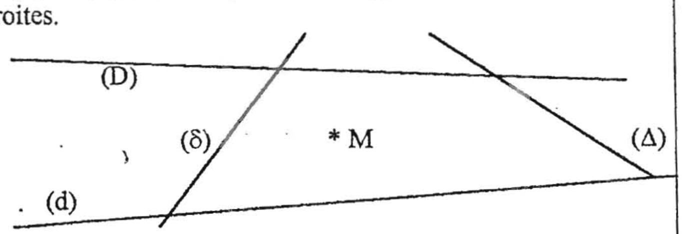
a) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
b) Déterminer la loi de probabilité de X
Le jeu est-il équitable ?

EXERCICE 6 : (BAC 95)

On rappelle que la projection oblique d'un point M sur une droite (X) parallèlement à la droite (Y) est le point M' l'intersection de la droite (X) avec la parallèle à la droite (Y) passant par M .



On considère la figure ci-dessous formée par 4 droites (D), (d) , (Δ), (δ) et un point M n'appartenant à aucune de ces droites.



Une urne contient 4 boules portant les lettres (D), (d), (Δ), (δ)
Une épreuve consiste à tirer successivement et sans remise 2 boules de l'urne puis, ayant noté les lettres (X) et (Y) marquées sur les boules dans l'ordre du tirage, à construire le projeté du point M sur la droite (X) parallèlement à la droite (Y) .

Les tirages sont supposés équiprobables . Les boules sont replacées dans l'urne après chaque épreuve. On donnera les résultats arrondis au millième .

1°- Combien de projections obliques du point M sont-elles envisageables?

2°- A l'issue d'une épreuve quelle est la probabilité que l'on construise la projection du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ)

3°- L'épreuve est répétée successivement par 12 élèves . Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux construise la projection du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) ?.

EXERCICE 7 : (BAC 96) *(On donnera les résultats à 10^{-2} près)*

Un scrutin a été organisé pour renouveler le conseil municipal d'une ville. Pour l'analyse des résultats , on distingue, d'une part les électeurs, c'est-à-dire les personnes qui ont le droit de vote , d'autre part les votants , c'est-à-dire les personnes qui ont effectivement pris part au vote . Le taux de participation , exprimé sous forme de pourcentage est alors défini comme le rapport du nombre de votants au nombre d'électeurs. De plus , pour cette analyse du scrutin , les électeurs sont repartis en 3 groupes , en fonction de leur âge :

- Le groupe 1, comprenant les électeurs de moins de **35 ans**, représente **38 %** de l'ensemble des électeurs .
- Le groupe 2, comprenant les électeurs de **35 à 60 ans** , représente **43 %** de l'ensemble des électeurs .
- Le groupe 3 , comprenant les électeurs de plus de **60 ans** , représente **19 %** de l'ensemble des électeurs .

Enfin , les taux de participation ont pu être établis pour chaque groupe : **81 %** dans le groupe 1 , **84 %** dans le groupe 2 et **69 %** dans le groupe 3 .

1°- Quelle est la probabilité qu'un électeur du groupe 1 ait voté ?

2°- Quelle est la probabilité qu'un électeur dont on ne connaît pas l'âge ait voté

3°- Quelle est la probabilité qu'un votant , pris au hasard , soit un électeur de **35 ans** ou plus ?

EXERCICE 8 : (BAC 97)

Une équipe A de football du Gabon a deux matchs à disputer ; un match "aller " et un match " retour " . Un match gagné sera symbolisé par G , un match perdu par P et un match nul par N . Le résultat final des deux matchs , considéré comme un événement élémentaire, sera désigné par un couple de lettres . Par exemple (G , P) signifiera que l'équipe A a gagné le match " aller " et perdu le match " retour ".

Pour cette équipe, la probabilité de gagner le match " aller " est **3/5** celle de perdre est **1/5**. La probabilité de gagner le match "retour " ainsi que de perdre , est **2/5** .

Un match gagné rapporte **3** points , un nul **1** point et un match perdu ne rapporte rien .

On considère la variable aléatoire X qui ,à l'issue des matchs, associe au résultat obtenu la somme des points correspondants

1°- Etablir l'ensemble des événements élémentaires, en donnant pour chacun sa probabilité .

2°- a) Déterminer les valeurs prises par X .

b) Déterminer la loi de probabilité de X .

c) Calculer l'espérance mathématique de X .

3°-a) Quelle est la probabilité de l'événement E **:** "l'équipe A du Gabon a obtenu les mêmes points que l'équipe adverse "?

b) Quelle est la probabilité de l'événement F : " l'équipe A du Gabon totalise au moins 3 points " ?

EXERCICE 9 : (BAC 98)

Un fabricant de céramiques dispose de 3 machines : M_1 , M_2, M_3 , qui fournissent respectivement **50 % , 40 % et 10 %** de sa production totale .

Le pourcentage de céramiques défectueuses est de **2 %** pour la machine M_1 , de **1 %** pour la machine M_2 et de **3 %** pour M_3.

Les céramiques , après fabrication , sont exposées à la vente et paraissent identiques .

(Tous les résultats seront donnés à 10^{-3} près).

1°- On choisit une céramique au hasard .

a) Calculer la probabilité pour que cette céramique provienne de la fabrication de la machine M_1 et soit défectueuse .

b) Justifier que la probabilité pour que cette céramique soit défectueuse est **0,017** .

c) La céramique choisie s'avère défectueuse. Calculer la probabilité pour qu'elle provienne de la machine M_1 .

2°- On choisit successivement 10 fois une céramique au hasard , avec remise à chaque tirage . Calculer la probabilité d'avoir au moins une fois une céramique défectueuse parmi ces 10 prélèvements .

EXERCICE 10 : (BAC 99)

Une urne contient **deux** boules numérotées **1** , **deux** boules numérotées **(-1)** et **trois** boules numérotées **0**. On dispose en réserve d'une boule numérotées **(-1)** Toutes les boules sont indiscernables au toucher .

Taty participe au jeu suivant ; il tire au hasard une boule de l'urne :

- si la boule tirée porte le numéro **1** , il gagne **500 F** et le jeu s'arrête ;
- si la boule tirée porte le numéro **(-1)** , il perd **500 F** et le jeu s'arrête ;
- si la boule tirée porte le numéro **0** , on introduit la boule de réserve numérotée **(-1)** dans l'urne sans remettre la boule numérotée **0** que Taty vient de tirer, et Taty procède à un nouveau tirage d'une boule de l'urne :

- si la boule tirée porte le numéro **1** , il gagne **500 F** et le jeu s'arrête ;
- si la boule tirée porte le numéro **0** , il gagne **250 F** et le jeu s'arrête ;
- si la boule tirée porte le numéro (-1) , il perd **500 F** et le jeu s'arrête.

1°- a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Taty gagne **500 F** au premier tirage »

B : « le jeu s'arrête au premier tirage »

b) Soit l'événement C : « Taty perd au jeu »
Démontrer que **P(C) = 23 / 49 .**

2°- On considère la variable aléatoire X égale au gain algébrique du joueur .

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X . Que peut-on en déduire ?

3°- Taty effectue une série de 3 parties .
Calculer la probabilité qu'il gagne au moins une partie .

EXERCICE 11 : (BAC 2000)

Une entreprise de transport dispose de **14** véhicules répartis , par catégories , sur **3** parkings P_1 , P_2 et P_3 . Sur parkings P_1 , il y a **5** véhicules dont **2** sont en mauvais état . Sur le parking P_2 , il y a **4** véhicules dont **3** sont en bon état . Sur le parking P_3 , il y a **5** véhicules dont 3 sont en mauvais état . Un véhicule de P_1 est loué à **20.000 F** , celui de P_2 à **15.000 F** et celui de P_3 à **10.000 F** .

1°- Pour un mariage , un client veut louer à cette entreprise 5 véhicules en bon état .

a) De combien de choix dispose-t-il ?

b) De combien de façons peut-il choisir les **5** véhicules pour payer le moins cher possible , s'il veut louer au moins un véhicule par catégorie ?

2°- Soit X la variable aléatoire égale à la somme totale dépensée par le client pour la location de **5** véhicules en bon état .

a) Justifier que les différentes valeurs de X sont :
65.000 , 70.000 , 75.000 , 80.000 , 85.000 et 90.000 F .

b) Donner la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique de X .

3°- Une équipe d'expertise automobile choisie au hasard un véhicule de l'entreprise pour le contrôler . On considère les événements suivants :

A : " Le véhicule choisi est en mauvais état ".

B : " Le véhicule choisi est en bon état "

C_i : "Le véhicule choisi provient du parking P_i" avec $i \in \{1 ; 2; 3\}$

a) Calculer P(A) , P(B) et P(C_i) .

b) Déterminer la probabilité des événements suivants :

D : "Le véhicule choisi est en mauvais état et provient de P_3 "

E : "Le véhicule choisi est en mauvais état et provient de P_1 "

c) Le véhicule choisi est en mauvais état . Quelle est la probabilité qu'il provienne du parking P_2 ?

d) En fait , ce contrôle est mensuel . Quelle est la probabilité pour que , en **5** contrôles , on tombe au moins une fois sur un véhicule en bon état ?

EXERCICE 12 : (BAC 2001)

Un supermarché reçoit des tomates de trois fournisseurs A , B et C qui assurent respectivement **25 % , 35 % et 40 %** de sa demande . Une étude a montré que le pourcentage de tomates impropres à la consommation est de **4 %** pour le fournisseur A , de **3 %** pour le fournisseur B et de **2 %** pour le fournisseur C . Après la livraison , les tomates , qui sont toutes indiscernables , sont exposées à la vente.

On choisit au hasard une tomate dans le rayon et l'on considère les événements suivants :

E_1 : « La tomate choisie provient du fournisseur A » ;

E_2 : « La tomate choisie provient du fournisseur B » ;

E_3 : « La tomate choisie provient du fournisseur C » ;

I : « La tomate choisie est impropre à la consommation » .

1°) a) Calculer la probabilité que la tomate choisie provienne du fournisseur A et soit consommable .

b) Montrer que la probabilité que la tomate choisie soit consommable est **0,9715**

2°) On a choisi une tomate impropre à la consommation . Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur A ?

3°) Une équipe de la direction de la consommation procède à un test de contrôle dans le supermarché . Cette équipe choisit dix tomates dans le rayon et les soumet au test .
Quelle est la probabilité qu'il n'y ait aucune tomate impropre à la consommation ?

4°) Chaque tomate révélée par le test impropre à la consommation donne lieu à une amende de **30.000 F** .
Quelle est la probabilité que le supermarché paye au moins **30.000 F** d'amende ?

EXERCICE 13 : (BAC 2002)

Partie A

80 % des vaches laitières d'un cheptel sont nourries uniquement avec de l'herbe et parmi celles-ci 1 % sont atteintes par la maladie M . Parmi les autres qui sont nourries avec de l'herbe et de la farine animale , 70 % ont cette maladie . On choisit une vache laitière et on considère les événements suivants :

M : " la vache est atteinte par la maladie M "

F : " la vache est nourrie avec de la farine animale et de l'herbe "

Dans cette partie , tous les résultats seront donnés sous forme décimale , à 10^{-3} près .

1°) Calculer p(M) .

2°) Une vache est atteinte par la maladie M . Quelle est la probabilité qu'elle soit nourrie avec de l'herbe et de la farine animale ?

3°) Déterminer la probabilité de n'avoir aucune vache malade dans un troupeau de 5 vaches .

Partie B

Dans cette partie on prendra p(M) = 0,15 . Pour dépister la maladie M dans une étable de **n** vaches laitières (avec $n \geq 2$) , on fait une analyse de lait . En dehors de l'examen individuel (une analyse de lait par vache) , pour des raisons économiques , on utilise une deuxième méthode , dite méthode de l'examen collectif . Elle consiste à analyser le lait mélangé des n vaches . Si le résultat est positif , on procède dans ce cas à une analyse du lait de chaque vache .
Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'analyses nécessaires pour un troupeau de n vaches laitières avec la deuxième méthode .

1°) Justifier que X ne peut prendre que deux valeurs 1 et n+1

2°) Montrer que $p(X = 1) = 0,85^{n}$, puis donner la loi de probabilité de X .

3°) Montrer que $E(X) = n - (n \times 0,85^{n} - 1)$, puis justifier que la deuxième méthode est plus rentable que la première si $n \times 0,85^{n} - 1 \geq 0$.

Application : prendre n = 17 , puis n = 18 .
Ensuite commenter

EXERCICE 14 : (BAC 2003)

A l'occasion d'une tombola, la coopérative d'un lycée utilise une urne contenant : 6 billets noirs et 4 billets blancs, indiscernables au toucher.

Un essai consiste à tirer simultanément et au hasard 3 billets de l'urne. Lors d'un essai, un bon est remis à toute personne ayant obtenu au moins 2 billets blancs. Après chaque tirages, les billets sont remis dans l'urne.

1°) Une personne effectue un essai. On note X, la variable aléatoire réelle égale au nombre de billets blancs obtenus.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer son espérance mathématique.

c) Quelle est la probabilité d'obtenir un bon ?

2°) Une partie comporte 4 essais consécutifs. Un lot est remis à toute personne ayant obtenu au moins 3 bons dans une partie. Quelle est la probabilité d'obtenir un lot au cours d'une partie ?

EXERCICE 15 (BAC 2004 2° Session)

Une caisse contient pêle-mêle 3 cube jaunes, 2 cubes bleus et 5 cubes verts tous identiques au toucher.

1°) *On tire simultanément et au hasard 4 cubes de cette caisse.*

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir 4 cubes de même couleur ».

B : « Obtenir exactement 2 cubes jaunes ».

C : « Obtenir au moins un cube jaune ».

2°) *A présent on tire au hasard successivement et sans remise 3 cubes de la caisse, que l'on dispose verticalement les uns sur les autres et du bas vers haut.*

On désigne par G, l'événement : « **Obtenir dans l'ordre, les couleurs du drapeau gabonais : bleu, vert et jaune** ».

Vérifier que la probabilité de G est : $p = \frac{1}{24}$.

3°) On répète cinq fois de suite l'épreuve élémentaire précédente en remettant après chaque épreuve, les trois cubes dans la caisse. Les cinq épreuves étant ainsi indépendantes.

On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque partie de cinq épreuves associe le nombre de fois que se produit l'événement G.

a) Expliquer pourquoi X suit la loi binomiale. En préciser les paramètres.

b) Donner par sa distribution la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique puis la variance de X.

EXERCICE 16 : (D S : 01-02)

On considère le jeu suivant :

Un joueur dispose de trois disques équilibrés :

- le premier disque a une face bleue et une face rouge,
- le deuxième disque a une face bleue et une face jaune,
- le troisième disque a une face bleue et une face verte.

Les trois disques sont lancés simultanément de telle qu'ils ne se recouvrent jamais. On compte le nombre de couleurs visibles à l'issue de ce lancer.

1°) On note A, B et C les événements suivants :

A : « il apparaît une seule couleur »,

B : « il apparaît deux couleurs »,

C : « il apparaît trois couleurs ».

Calculer les probabilités de A, B et C.

(*On pourra se servir d'un arbre de choix*)

2°) Le joueur gagne 50 F s'il apparaît une seule couleur, 25 F s'il apparaît deux couleurs et rien s'il apparaît trois couleurs.

On note X la variable aléatoire représentant le gain du joueur.

a) Préciser les valeurs prises par X.

b) Déterminer sa loi de probabilité.

c) Calculer son espérance mathématique.

3°) Un joueur joue deux fois de suite. On note Y la variable aléatoire représentant le gain du joueur sur l'ensemble des deux parties .

a) Préciser les valeurs prises par Y.

b) Déterminer sa loi de probabilité.

c) Calculer son espérance mathématique.

EXERCICE 18 : (D S : 01-02)

Un restaurateur propose trois types de menu : le premier à 15.000 F, le deuxième à 9.000 F et le troisième à 7.000 F.

Il constate que 30 % de ses clients prennent le menu à 15.000 F et 50 % celui de 9.000 F.

De plus, parmi ceux qui prennent le menu de 15.000 F, 85 % donnent un pourboire au serveur ;

parmi ceux qui prennent le menu de 9.000 F, 65 % donnent un pourboire au serveur ;

et parmi ceux qui prennent le menu de 7.000 F, 25 % donnent un pourboire au serveur.

Pour un client, on désigne par :

A : l'événement « Prendre un menu à 15.000 F »

B : l'événement « Prendre un menu à 9.000 F »

C : l'événement « Prendre un menu à 7.000 F »

S : l'événement « Donner un pourboire au serveur »

1°) A la sortie du restaurant, on interroge un client choisi au hasard. Calculer la probabilité :

a) qu'il ait pris un menu de 7.000 F.

b) qu'il ait pris un menu de 9.000 F et qu'il ait donné un pourboire au serveur.

c) qu'il ait donné un pourboire au serveur.

d) qu'il ait pris un menu à 15.000 F sachant qu'il a donné un pourboire au serveur.

2°) On suppose que, quand un pourboire est donné au serveur, son montant est 5 % du pris du menu. On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le montant en francs du pourboire donné au serveur par le client.

a) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer E(X).

b) Quelle somme le serveur peut-il espérer gagner, s'il sert 30 clients ?

EXERCICE 17 : (BB n°2 2004)

Une urne contient 2 boules blanches, 3 boules noires et 4 boules rouges indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

1°) Calculer les probabilités des événements suivants :

A : « obtenir trois boules de couleurs différentes »

B : « obtenir trois boules de la même couleur »

C : « obtenir deux boules et deux seulement de même couleur »

D : « obtenir au plus une boule rouge »

2°) On suppose que chaque boule blanche tirée fait gagner 400 F, chaque boule noire tirée fait gagner 100 F puis chaque boule rouge tirée fait perdre 200 F. Soit X la variable aléatoire associant à chaque tirage simultané de trois boules, la somme algébrique des gains.

a) A l'aide d'un tableau , vérifier que les différentes valeurs prises par X sont : -600 ; -300 ; 0 ; 300 ; 600 et 900.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique .

d) Quelle est la probabilité p d'avoir un gain strictement positif ?

3°) Jean joue n fois de suite, n étant un entier naturel non nul.

a) Quelle est la probabilité P_n pour qu'il ait au moins un gain strictement positif à l'issue de ces n parties ?

b) Pour quelles valeurs de n, P_n est-elle supérieure ou égale 0,999 ?